

UE11AI MATHS1

Salim RIVIERE / Fahd JELILA

Objectif :

Les savoir-faire à maîtriser qui seront évalués sont les suivants :

Nombres complexes

Calculer le module, le conjugué d'un nombre complexe
Déterminer la forme algébrique d'un quotient de nombres complexes
Mettre un nombre complexe sous forme trigonométrique/Exponentielle
Extraire les racines carrées d'un nombre complexe
Résoudre une équation polynomiale de degré 2
Linéariser un polynôme trigonométrique
Décrire un lieu géométrique à l'aide d'une équation complexe
Caractériser l'orthogonalité et le parallélisme en termes d'affixes complexes
Expliciter les racines n-ièmes d'un nombre complexe

Géométrie

Déterminer une équation cartésienne ou une représentation paramétrique d'un plan, d'une droite, d'un cercle, d'une sphère
Caractériser la liberté d'une famille de vecteurs en termes de déterminant
Caractériser l'orthogonalité en termes de produit scalaire
Déterminer les coordonnées d'un vecteur (ou d'un point) dans une base donnée
Déterminer les formules de changement de base exprimant les coordonnées dans une base en fonction de celles dans une autre
Calculer la distance d'un point à une droite, à un plan
Étudier un lieu d'annulation dans un système de coordonnées donné

Fonctions usuelles

Mettre un trinôme sous forme canonique
Étudier le signe d'une expression affine, d'un trinôme
Étudier les variations d'une fonction affine/polynomiale de degré 2
Développer/Factoriser des expressions polynomiales
Résoudre des équations polynomiales de degré ≤ 2
Interpréter géométriquement les propriétés algébriques des fonctions affines et polynomiales de degré 2 et vice versa
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un polynôme par un autre
Utiliser les propriétés algébriques de l'exponentielle et du logarithme pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques de l'exponentielle et du logarithme pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives d'une fonction
Lever une indétermination à l'aide d'un théorème de croissances comparées
Utiliser les propriétés algébriques des fonctions trigonométriques pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques des fonctions trigonométriques et de leurs réciproques (arccos, arcsin et arctan) pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives

Équations différentielles

Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 homogène
Appliquer la méthode de variation de la constante pour obtenir une solution particulière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants homogène

Suites

Expliciter une suite définie par récurrence

Établir la monotonie d'une suite

Montrer qu'une suite converge vers un réel donné (resp. diverge vers l'infini) en utilisant la définition de convergence (resp. de divergence)

Utiliser les théorèmes de convergence de produit/somme/quotient de suites convergentes pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème d'encadrement (plancher montant, gendarmes, adjacence) pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème de croissance comparée pour lever une indétermination

Étudier une suite arithmétique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite arithmétique

Étudier une suite géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite géométrique

Étudier une suite arithmético-géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Algèbre linéaire

Calculer dans les e.v. de référence (puissances de R , e.v. de fonctions à valeurs réelles, de polynômes, de suites)

Démontrer qu'une partie d'un e.v. est un s.e.v.

Montrer qu'une famille est libre et/ou qu'elle est génératrice d'un s.e.v.

Montrer que des s.e.v. sont en somme directe, supplémentaires

Montrer qu'une application est linéaire

Déterminer le noyau d'une application linéaire

Déterminer l'image d'une application linéaire

Montrer qu'une application linéaire est injective/surjective/bijjective

Déterminer la matrice d'une application linéaire dans des bases données

Calculer dans l'algèbre des matrices carrées

Calculer le déterminant d'une matrice, d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Calculer le polynôme caractéristique d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Déterminer les valeurs propres d'un endomorphisme

Déterminer une base d'un espace propre

Continuité et limites

Montrer l'existence d'une limite d'une fonction en un point en utilisant la définition

Montrer l'existence/la non existence d'une limite en utilisant la caractérisation séquentielle de l'existence de limite

Montrer l'existence/la non existence d'une limite d'une fonction en un point en étudiant les limites à gauche et à droite

Calculer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée dans les cas non indéterminés

Lever une indétermination dans le calcul d'une limite de fraction rationnelle

Calculer avec les « petits o » et les équivalents

Dérivation

Démontrer qu'une fonction est dérivable en un point en étudiant la limite de son taux d'accroissement

Déterminer une équation de la tangente à la courbe d'une fonction en un point de dérivabilité

Calculer la dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée de fonctions usuelles

Utiliser le théorème de Rolle pour démontrer qu'une équation admet une (ou plusieurs) solution(s)

Utiliser le théorème des accroissements finis pour établir une inégalité

Déterminer les variations d'une fonction dérivable en étudiant le signe de sa dérivée

Intégration

Calculer une intégrale par primitivation directe de l'intégrande

Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties

Calculer une intégrale à l'aide d'un changement de variables

Développements limités

Déterminer le DL d'une somme/d'un produit/d'un quotient de fonctions usuelles

Déterminer le DL d'une composée de fonctions usuelles

Primitiver/dériver un DL

Calculer une limite à l'aide d'un DL

Utiliser la formule de Taylor-Young pour expliciter un DL

Intégrales généralisées

Déterminer la nature d'une intégrale généralisée d'intégrande positive à l'aide d'un théorème de comparaison

Établir la convergence d'une intégrale en étudiant son absolue convergence

Établir la convergence/divergence

Courbes paramétrées

Étudier une courbe paramétrée (symétries, périodicité, tangentes en un point régulier etc...)

Déterminer les points singuliers d'une courbe paramétrée et préciser leur nature (ordinaire, inflexion, rebroussement)

Calculer une longueur d'arc.

Dénombrement

Dénombrer un ensemble de listes, d'arrangements, de permutations, de combinaisons

Démontrer qu'une application est bijective

Démontrer qu'une famille de parties d'un ensemble est une partition de cet ensemble

Utiliser l'additivité du cardinal sur les unions disjointes pour dénombrer un ensemble par partitionnement

Probabilités et variables aléatoires finies

Construire un espace probabilisé pour modéliser une expérience aléatoire

Calculer la probabilité d'un événement (à l'aide d'un partitionnement, avec la formule des probabilités totales)

Démontrer l'indépendance ou la non indépendance de deux événements, calculer une probabilité conditionnelle

Déterminer la loi d'une variable aléatoire finie

Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (uniforme, de Bernoulli, Binomiale)

Calculer une espérance, une variance

Séries numériques

Utiliser/établir les formules donnant les valeurs des sommes des séries usuelles (séries géométriques et leur dérivées, série exponentielle)

Déterminer la somme d'une série convergente en l'exprimant en fonction de séries usuelles

Établir la convergence d'une série à l'aide d'un théorème de comparaison

Variables aléatoires discrètes

Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète dénombrable

Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (géométrique, de Poisson)

Calculer une espérance, une variance

Variables aléatoires à densité

Démontrer qu'une fonction est une densité de probabilité

Expliciter la fonction de répartition d'une variable aléatoire

Démontrer qu'une variable aléatoire admet (ou non) une densité

Calculer l'espérance, la variance d'une variable aléatoire à densité

Contenu :

- Nombres complexes : forme algébrique, module, argument, formule de Moivre, résolution d'équations polynomiales de degré 2

- Géométrie plane et dans l'espace : calcul vectoriel, déterminant, équations de plans, de droites, représentation paramétrique, produit scalaire, distance, détermination de lieux géométriques
- Fonctions usuelles : propriétés (sens de variation, signe, parité, périodicité, bijectivité, valeurs particulières, graphe) des fonctions usuelles (polynomiales, exponentielle, logarithme, fonctions trigonométriques et arc-trigonométriques)
- Équations différentielles d'ordre 1 et d'ordre 2 à coefficients constants : méthode de résolution des équations linéaires d'ordre 1, variation de la constante, méthode de résolution des équations linéaires d'ordre 2 à coefficient constant (polynôme caractéristique).
- Suites numériques : généralités sur les suites (sens de variation, définition explicite/réursive), suites arithmétiques/géométriques/arithmético-géométriques, convergence, propriétés des suites convergentes, équivalence

Validation :

Pour chaque semestre, une note de CC (moyenne d'une ou deux évaluations) et une note d'examen. Le CC compte pour 40 % de la moyenne semestrielle.

Objectif :

Les savoir-faire à maîtriser qui seront évalués sont les suivants :

Nombres complexes

Calculer le module, le conjugué d'un nombre complexe
Déterminer la forme algébrique d'un quotient de nombres complexes
Mettre un nombre complexe sous forme trigonométrique/Exponentielle
Extraire les racines carrées d'un nombre complexe
Résoudre une équation polynomiale de degré 2
Linéariser un polynôme trigonométrique
Décrire un lieu géométrique à l'aide d'une équation complexe
Caractériser l'orthogonalité et le parallélisme en termes d'affixes complexes
Expliciter les racines n-ièmes d'un nombre complexe

Géométrie

Déterminer une équation cartésienne ou une représentation paramétrique d'un plan, d'une droite, d'un cercle, d'une sphère
Caractériser la liberté d'une famille de vecteurs en termes de déterminant
Caractériser l'orthogonalité en termes de produit scalaire
Déterminer les coordonnées d'un vecteur (ou d'un point) dans une base donnée
Déterminer les formules de changement de base exprimant les coordonnées dans une base en fonction de celles dans une autre
Calculer la distance d'un point à une droite, à un plan
Étudier un lieu d'annulation dans un système de coordonnées donné

Fonctions usuelles

Mettre un trinôme sous forme canonique
Étudier le signe d'une expression affine, d'un trinôme
Étudier les variations d'une fonction affine/polynomiale de degré 2
Développer/Factoriser des expressions polynomiales
Résoudre des équations polynomiales de degré ≤ 2
Interpréter géométriquement les propriétés algébriques des fonctions affines et polynomiales de degré 2 et vice versa
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un polynôme par un autre
Utiliser les propriétés algébriques de l'exponentielle et du logarithme pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques de l'exponentielle et du logarithme pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives d'une fonction
Lever une indétermination à l'aide d'un théorème de croissances comparées
Utiliser les propriétés algébriques des fonctions trigonométriques pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques des fonctions trigonométriques et de leurs réciproques (arccos, arcsin et arctan) pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives

Équations différentielles

Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 homogène
Appliquer la méthode de variation de la constante pour obtenir une solution particulière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants homogène

Suites

Expliciter une suite définie par récurrence

Établir la monotonie d'une suite

Montrer qu'une suite converge vers un réel donné (resp. diverge vers l'infini) en utilisant la définition de convergence (resp. de divergence)

Utiliser les théorèmes de convergence de produit/somme/quotient de suites convergentes pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème d'encadrement (plancher montant, gendarmes, adjacence) pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème de croissance comparée pour lever une indétermination

Étudier une suite arithmétique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite arithmétique

Étudier une suite géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite géométrique

Étudier une suite arithmético-géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Algèbre linéaire

Calculer dans les e.v. de référence (puissances de $\mathbb{R}$, e.v. de fonctions à valeurs réelles, de polynômes, de suites)

Démontrer qu'une partie d'un e.v. est un s.e.v.

Montrer qu'une famille est libre et/ou qu'elle est génératrice d'un s.e.v.

Montrer que des s.e.v. sont en somme directe, supplémentaires

Montrer qu'une application est linéaire

Déterminer le noyau d'une application linéaire

Déterminer l'image d'une application linéaire

Montrer qu'une application linéaire est injective/surjective/bijjective

Déterminer la matrice d'une application linéaire dans des bases données

Calculer dans l'algèbre des matrices carrées

Calculer le déterminant d'une matrice, d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Calculer le polynôme caractéristique d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Déterminer les valeurs propres d'un endomorphisme

Déterminer une base d'un espace propre

Continuité et limites

Montrer l'existence d'une limite d'une fonction en un point en utilisant la définition

Montrer l'existence/la non existence d'une limite en utilisant la caractérisation séquentielle de l'existence de limite

Montrer l'existence/la non existence d'une limite d'une fonction en un point en étudiant les limites à gauche et à droite

Calculer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée dans les cas non indéterminés

Lever une indétermination dans le calcul d'une limite de fraction rationnelle

Calculer avec les « petits o » et les équivalents

Dérivation

Démontrer qu'une fonction est dérivable en un point en étudiant la limite de son taux d'accroissement

Déterminer une équation de la tangente à la courbe d'une fonction en un point de dérivabilité

Calculer la dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée de fonctions usuelles

Utiliser le théorème de Rolle pour démontrer qu'une équation admet une (ou plusieurs) solution(s)

Utiliser le théorème des accroissement finis pour établir une inégalité

Déterminer les variations d'une fonction dérivable en étudiant le signe de sa dérivée

Intégration

Calculer une intégrale par primitivation directe de l'intégrande

Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties

Calculer une intégrale à l'aide d'un changement de variables

Développements limités

Déterminer le DL d'une somme/d'un produit/d'un quotient de fonctions usuelles
Déterminer le DL d'une composée de fonctions usuelles
Primitiver/dériver un DL
Calculer une limite à l'aide d'un DL
Utiliser la formule de Taylor-Young pour expliciter un DL

Intégrales généralisées

Déterminer la nature d'une intégrale généralisée d'intégrande positive à l'aide d'un théorème de comparaison
Établir la convergence d'une intégrale en étudiant son absolue convergence
Établir la convergence/divergence

Courbes paramétrées

Étudier une courbe paramétrée (symétries, périodicité, tangentes en un point régulier etc...)
Déterminer les points singuliers d'une courbe paramétrée et préciser leur nature (ordinaire, inflexion, rebroussement)
Calculer une longueur d'arc.

Dénombrement

Dénombrer un ensemble de listes, d'arrangements, de permutations, de combinaisons
Démontrer qu'une application est bijective
Démontrer qu'une famille de parties d'un ensemble est une partition de cet ensemble
Utiliser l'additivité du cardinal sur les unions disjointes pour dénombrer un ensemble par partitionnement

Probabilités et variables aléatoires finies

Construire un espace probabilisé pour modéliser une expérience aléatoire
Calculer la probabilité d'un événement (à l'aide d'un partitionnement, avec la formule des probabilités totales)
Démontrer l'indépendance ou la non indépendance de deux événements, calculer une probabilité conditionnelle
Déterminer la loi d'une variable aléatoire finie
Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (uniforme, de Bernoulli, Binomiale)
Calculer une espérance, une variance

Séries numériques

Utiliser/établir les formules donnant les valeurs des sommes des séries usuelles (séries géométriques et leur dérivées, série exponentielle)
Déterminer la somme d'une série convergente en l'exprimant en fonction de séries usuelles
Établir la convergence d'une série à l'aide d'un théorème de comparaison

Variables aléatoires discrètes

Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète dénombrable
Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (géométrique, de Poisson)
Calculer une espérance, une variance

Variables aléatoires à densité

Démontrer qu'une fonction est une densité de probabilité
Expliciter la fonction de répartition d'une variable aléatoire
Démontrer qu'une variable aléatoire admet (ou non) une densité
Calculer l'espérance, la variance d'une variable aléatoire à densité

Contenu :

- Systèmes linéaires : méthode du pivot de Gauss
- Espaces vectoriels (de dimension finie), applications linéaires : espaces et sous-espaces vectoriels, familles libres/génératrices, bases, dimension. Sous-espaces en somme directe, supplémentaires. Applications linéaires, noyau, image, projections et symétries.

- Matrices, Déterminants : rudiments de calcul matriciel, matrice d'une application linéaire, formule de changement de base, déterminant et inversibilité
- Diagonalisation :
- Fonctions d'une variable réelle : limites, continuité

Validation :

Pour chaque semestre, une note de CC (moyenne d'une ou deux évaluations) et une note d'examen. Le CC compte pour 40 % de la moyenne semestrielle.

Objectif :

Donner des méthodes d'analyse et les outils indispensables à la mise en équations rigoureuse des systèmes mécaniques comportant des liaisons parfaites. Une bonne compréhension du système physique et la rigueur des calculs mathématiques sont étroitement liées, ce qui fait l'intérêt et la difficulté de cet enseignement.

Ce cours permet d'arborer la notion de modélisation indispensable pour le futur ingénieur.

Pré requis :

En Mathématiques : géométrie dans l'espace, vecteurs et produits de vecteurs, Dérivées et fonctions de bases, équations différentielles et calcul intégral (niveau terminale).

En Physique : Mécanique du point matériel, Champ de gravitation, travail et énergie (niveau terminale).

Contenu :

- 1 : Outils mathématiques - vecteurs, exercices + DM1
- 2 : Cinématique, exercices + DM2
- 3 : Statique et analyse d'un système mécanique, exercices + DM3
- 4 : Géométrie des masses
- 5 : Dynamique du solide indéformable, exercices + DM4
- 6 : Approche énergétique, exercices + DM5

Validation :

DS de 2H : Documents autorisés : un formulaire recto/verso A4.

si note de DS < Note de Contrôle continu (DM) Moyenne de la note de CC et celle du DS
si non note de DS

Lien avec les autres enseignements

Ce cours est utile pour aborder par la suite :

La mécanique des milieux continus et les modèles de l'ingénieur de la RDM.
La mécanique analytique (équations de Lagrange) et les vibrations des systèmes discrets
La méthode des éléments finis qui ouvre sur la modélisation numérique.

Objectif :

Les savoir-faire à maîtriser qui seront évalués sont les suivants :

Nombres complexes

Calculer le module, le conjugué d'un nombre complexe
Déterminer la forme algébrique d'un quotient de nombres complexes
Mettre un nombre complexe sous forme trigonométrique/Exponentielle
Extraire les racines carrées d'un nombre complexe
Résoudre une équation polynomiale de degré 2
Linéariser un polynôme trigonométrique
Décrire un lieu géométrique à l'aide d'une équation complexe
Caractériser l'orthogonalité et le parallélisme en termes d'affixes complexes
Expliciter les racines n-ièmes d'un nombre complexe

Géométrie

Déterminer une équation cartésienne ou une représentation paramétrique d'un plan, d'une droite, d'un cercle, d'une sphère
Caractériser la liberté d'une famille de vecteurs en termes de déterminant
Caractériser l'orthogonalité en termes de produit scalaire
Déterminer les coordonnées d'un vecteur (ou d'un point) dans une base donnée
Déterminer les formules de changement de base exprimant les coordonnées dans une base en fonction de celles dans une autre
Calculer la distance d'un point à une droite, à un plan
Étudier un lieu d'annulation dans un système de coordonnées donné

Fonctions usuelles

Mettre un trinôme sous forme canonique
Étudier le signe d'une expression affine, d'un trinôme
Étudier les variations d'une fonction affine/polynomiale de degré 2
Développer/Factoriser des expressions polynomiales
Résoudre des équations polynomiales de degré ≤ 2
Interpréter géométriquement les propriétés algébriques des fonctions affines et polynomiales de degré 2 et vice versa
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un polynôme par un autre
Utiliser les propriétés algébriques de l'exponentielle et du logarithme pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques de l'exponentielle et du logarithme pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives d'une fonction
Lever une indétermination à l'aide d'un théorème de croissances comparées
Utiliser les propriétés algébriques des fonctions trigonométriques pour transformer une expression
Utiliser les propriétés analytiques des fonctions trigonométriques et de leurs réciproques (arccos, arcsin et arctan) pour étudier une fonction, établir une (in)égalité, rechercher des primitives

Équations différentielles

Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 homogène
Appliquer la méthode de variation de la constante pour obtenir une solution particulière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1
Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants homogène

Suites

Expliciter une suite définie par récurrence

Établir la monotonie d'une suite

Montrer qu'une suite converge vers un réel donné (resp. diverge vers l'infini) en utilisant la définition de convergence (resp. de divergence)

Utiliser les théorèmes de convergence de produit/somme/quotient de suites convergentes pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème d'encadrement (plancher montant, gendarmes, adjacence) pour déterminer la limite d'une suite

Utiliser un théorème de croissance comparée pour lever une indétermination

Étudier une suite arithmétique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite arithmétique

Étudier une suite géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Sommer les termes d'une suite géométrique

Étudier une suite arithmético-géométrique (forme explicite, sens de variation, limite)

Algèbre linéaire

Calculer dans les e.v. de référence (puissances de $\mathbb{R}$, e.v. de fonctions à valeurs réelles, de polynômes, de suites)

Démontrer qu'une partie d'un e.v. est un s.e.v.

Montrer qu'une famille est libre et/ou qu'elle est génératrice d'un s.e.v.

Montrer que des s.e.v. sont en somme directe, supplémentaires

Montrer qu'une application est linéaire

Déterminer le noyau d'une application linéaire

Déterminer l'image d'une application linéaire

Montrer qu'une application linéaire est injective/surjective/bijjective

Déterminer la matrice d'une application linéaire dans des bases données

Calculer dans l'algèbre des matrices carrées

Calculer le déterminant d'une matrice, d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Calculer le polynôme caractéristique d'un endomorphisme d'un e.v. de dimension finie

Déterminer les valeurs propres d'un endomorphisme

Déterminer une base d'un espace propre

Continuité et limites

Montrer l'existence d'une limite d'une fonction en un point en utilisant la définition

Montrer l'existence/la non existence d'une limite en utilisant la caractérisation séquentielle de l'existence de limite

Montrer l'existence/la non existence d'une limite d'une fonction en un point en étudiant les limites à gauche et à droite

Calculer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée dans les cas non indéterminés

Lever une indétermination dans le calcul d'une limite de fraction rationnelle

Calculer avec les « petits o » et les équivalents

Dérivation

Démontrer qu'une fonction est dérivable en un point en étudiant la limite de son taux d'accroissement

Déterminer une équation de la tangente à la courbe d'une fonction en un point de dérivabilité

Calculer la dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée de fonctions usuelles

Utiliser le théorème de Rolle pour démontrer qu'une équation admet une (ou plusieurs) solution(s)

Utiliser le théorème des accroissements finis pour établir une inégalité

Déterminer les variations d'une fonction dérivable en étudiant le signe de sa dérivée

Intégration

Calculer une intégrale par primitivation directe de l'intégrande

Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties

Calculer une intégrale à l'aide d'un changement de variables

Développements limités

Déterminer le DL d'une somme/d'un produit/d'un quotient de fonctions usuelles
Déterminer le DL d'une composée de fonctions usuelles
Primitiver/dériver un DL
Calculer une limite à l'aide d'un DL
Utiliser la formule de Taylor-Young pour expliciter un DL

Intégrales généralisées

Déterminer la nature d'une intégrale généralisée d'intégrande positive à l'aide d'un théorème de comparaison
Établir la convergence d'une intégrale en étudiant son absolue convergence
Établir la convergence/divergence

Courbes paramétrées

Étudier une courbe paramétrée (symétries, périodicité, tangentes en un point régulier etc...)
Déterminer les points singuliers d'une courbe paramétrée et préciser leur nature (ordinaire, inflexion, rebroussement)
Calculer une longueur d'arc.

Dénombrement

Dénombrer un ensemble de listes, d'arrangements, de permutations, de combinaisons
Démontrer qu'une application est bijective
Démontrer qu'une famille de parties d'un ensemble est une partition de cet ensemble
Utiliser l'additivité du cardinal sur les unions disjointes pour dénombrer un ensemble par partitionnement

Probabilités et variables aléatoires finies

Construire un espace probabilisé pour modéliser une expérience aléatoire
Calculer la probabilité d'un événement (à l'aide d'un partitionnement, avec la formule des probabilités totales)
Démontrer l'indépendance ou la non indépendance de deux événements, calculer une probabilité conditionnelle
Déterminer la loi d'une variable aléatoire finie
Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (uniforme, de Bernoulli, Binomiale)
Calculer une espérance, une variance

Séries numériques

Utiliser/établir les formules donnant les valeurs des sommes des séries usuelles (séries géométriques et leur dérivées, série exponentielle)
Déterminer la somme d'une série convergente en l'exprimant en fonction de séries usuelles
Établir la convergence d'une série à l'aide d'un théorème de comparaison

Variables aléatoires discrètes

Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète dénombrable
Démontrer/restituer les valeurs d'espérance et de variance des lois usuelles (géométrique, de Poisson)
Calculer une espérance, une variance

Variables aléatoires à densité

Démontrer qu'une fonction est une densité de probabilité
Expliciter la fonction de répartition d'une variable aléatoire
Démontrer qu'une variable aléatoire admet (ou non) une densité
Calculer l'espérance, la variance d'une variable aléatoire à densité

Contenu :

- Fonctions d'une variables réelle (suite) : , dérivabilité, intégration sur un compact, équivalence et négligeabilité, intégrales généralisées, développements limités
- Courbes paramétrées : propriétés (symétries, continuité, dérivabilité), graphe, symétries, point régulier, singulier (nature), longueur d'arc

- Probabilités : dénombrement, variables aléatoires finies/discrètes/à densité.
- Séries numériques : convergence, théorème de comparaison, séries usuelles (géométrique, exponentielle)

Validation :

Pour chaque semestre, une note de CC (moyenne d'une ou deux évaluations) et une note d'examen. Le CC compte pour 40 % de la moyenne semestrielle.

UE32AI MODELE DE L'INGENIEUR
Ivanna PIVDIABLYK

Objectif :

A l'issue de l'enseignement, le futur ingénieur doit être capable de dimensionner des structures simples (théorie des poutres) sous l'effet de sollicitations élémentaires : effort normal, flexion, torsion, cisaillement

Contenu :

Plan de l'enseignement :

Partie 1: Introduction, Équilibre de force, Contrainte, Déformation, Comportement élastique, Relation contrainte déformation, Problème simple élasticité

Partie 2 : Théorie des poutres, Isostatique et hyperstatique

Validation :

DS 2h

Objectif :

Le premier objectif de ce cours est d'acquérir les bases de l'algèbre bilinéaire et en particulier le processus d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Par la suite, ce cours abordera les suites et séries de fonctions puis le calcul différentiel et intégrales qu'il sera important de maîtriser car cela s'avérera utile aussi bien en mathématiques qu'en physique.

Contenu :

- Espaces préhilbertiens, produit scalaire, orthogonalité, Gram-Schmidt, projection orthogonale
- Suites et Séries de fonctions
- Séries entières
- Fonctions de plusieurs variables, dérivées partielles, opérateurs différentiels, formes différentielles
- Calcul intégral : intégrale curviligne, longueur d'un arc, intégrales doubles et triples, changement de variables, Jacobien, formules de Green et Stokes, application au calcul de volumes, circulations, flux.

Validation :

L'évaluation se fera au travers d'une évaluation (CC) de 3h (écrit) pendant le semestre et d'un examen de 3h (écrit). Le calcul de la moyenne est effectué avec la note de CC et d'examen terminal, sans coefficient.

UE51AI ALGORITHME
Yann FAVENNEC

Objectif :

Savoir écrire et comprendre un programme écrit en algorithmique, savoir écrire et comprendre un programme basique en C. Traiter des données numériques, effectuer des calculs numériques de base, lire et écrire dans un fichier, faire des calculs vectoriel et matriciel. Employer des procédures et fonctions en C.

Contenu :

Présentation des notions de base du langage C et ses différentes variables, introduction à la structure algorithmique, introduction aux procédures.

Validation :

Durant les TD / TP sous forme d'exercices sur ordinateur à rendre en fin de séance.

UE52AI VIBRATIONS EN PETITES PERTURBATIONS
Panagiotis KOTRONIS

Objectif :

Être capable de formuler, étudier et résoudre l'équation d'équilibre dynamique pour les systèmes de corps rigides et les structures déformables.

Contenu :

Vibrations dans les systèmes de corps rigides
Principe de Hamilton et équations de Lagrange
Vibrations linéaires autour d'une configuration d'équilibre
Méthode de superposition des modes propres
Méthodes numériques de résolution de l'équation dynamique

Vibrations dans les structures déformables
Dérivation des équations de mouvement
Vibrations libres
Vibrations d'un élément barre
Vibrations d'un élément poutre

Validation :

Un DS est prévu à la fin (documents de cours non autorisés)

Objectif :

L'objectif de ce cours est de revenir sur des points déjà étudiés en première ou deuxième année afin de consolider les connaissances dans ces thématiques telles que les nombres complexes et les développements limités. Dans un second temps on fera de l'intégration et on insistera sur les intégrales multiples qui apparaissent fréquemment en physique.

Contenu :

L'objectif de ce module est de revenir et de maîtriser les notions mathématiques suivantes :

- Nombres complexes.
- Formules de Taylor et développements limités.
- Calcul d'intégrales de fonctions continues sur un segment.
- Intégrales multiples, théorème de Fubini et retour sur la formule de changement de variables.
- Intégrales généralisées.

Validation :

L'évaluation se fera au travers d'un examen de 3h (écrit).

UE54AI PYTHON
Dominique TARLET

Objectif :

Traiter des données numériques, effectuer des calculs numériques de base, afficher des graphiques avec Python, utilisation de modules et fonctions Python (package Scipy)

Contenu :

Cours fondamental et exercices d'application de traitement de données / calcul / affichage de graphes avec Python, indexation, équations différentielles (modules ODE), interpolation

Validation :

Compte-rendu de TP

UE61AI OPTIMISATION
Damien GOBIN

Objectif :

L'objectif de ce cours sera de faire le point sur la réduction de matrice qui pourra s'avérer utile en physique pour la résolution de systèmes différentiels linéaires, de donner des résultats d'interpolation et d'approximation et enfin de revenir sur le cours de probabilités déjà étudié en première ou deuxième année.

Contenu :

- Matrices et systèmes linéaires : rappels valeurs propres, calcul matriciel, diagonalisation, trigonalisation, forme de Jordan et méthode du pivot de Gauss
- Interpolation de Lagrange, approximation moindres carrés discrets, régression linéaire
- Complément probabilités, variables aléatoires discrètes.

Validation :

L'évaluation se fera au travers d'un examen de 3h (écrit)

Objectif :

Ce cours a pour objectif d'introduire les concepts de la mécanique des fluides, de décrire les principaux phénomènes relatifs aux fluides et d'appréhender les méthodes classiques de résolution de problèmes dans des cas simples d'écoulements incompressibles et stationnaires de fluides Newtoniens.

Contenu :

Chacune des 8 premières séances est constituée d'une partie de cours magistral et d'une partie de travaux dirigés permettant d'appliquer les notions vues cours. La dernière séance est une séance de travaux dirigés permettant de revoir les principales notions abordées et déclinées ci-dessous :

- Outils mathématiques utiles à la mécanique des fluides : vecteurs, tenseurs, opérateurs, notation indicielle
- Introduction à la nature microscopique des fluides et concept de milieu continu
- Cinématique : représentation Euler et Lagrange, dérivée particulaire, accélération eulérienne, lignes caractéristiques
- Décomposition du mouvement fluide : tenseurs des taux de déformation et de rotation
- Contraintes : schéma macroscopique et propriétés des contraintes, tenseur des contraintes, pression statique, contraintes visqueuses, loi de comportement des fluides Newtoniens, détermination de la contrainte locale dans un écoulement
- Statique des fluides : Relation d'équilibre statique, calcul d'efforts hydrostatiques sur une paroi, théorème d'Archimède
- Introduction aux équations de bilan sur un volume matériel
- Equations de Navier-Stokes pour différentes classes d'approximation
- Relation de Bernoulli en fluide parfait
- Notions de régime laminaire ou turbulent
- Ecoulement de Poiseuille en conduite : exemple de résolution analytique des équations de Navier-Stokes en régime laminaire
- Bilan de masse et de quantité de mouvement sur volume fixe – calcul d'efforts hydrodynamiques sur des parois
- Relation de Bernoulli généralisée et pertes de charge – calcul de puissance de machines

Validation :

Devoir surveillé de 2h portant sur la résolution d'exercices similaires à ceux traités dans le cadre de l'enseignement.

Objectif :

Connaitre et savoir mettre en oeuvre sur ordinateur des méthodes d'analyse numérique, permettant la résolution approchée de problèmes d'ingénierie. Etre capable de valider une résolution, d'analyser sa précision, et de tenir compte de la consommation de l'exécution sur ordinateur (place mémoire, temps de calcul).

Contenu :

- I- Compléments d'algèbre linéaire : normes matricielles, irréductibilité, localisation de valeurs propres
- II- Résolution de grands systèmes linéaires : arithmétique flottante, conditionnement, méthodes directes, méthodes itératives
- III- Approximation polynomiale Interpolation (Lagrange, Hermite...), interpolation polynomiale par morceaux, meilleure approximation, moindres carrés discrets
- IV- IV- Intégration numérique : formules d'intégration, méthode composite, points de gauss
- V-

Grégoire Allaire, Analyse numérique et optimisation, Ellipse, 2ème édition, 2012.

Grégoire Allaire, Sidi Mahmoud Kaber, Algèbre linéaire numérique, Ellipse, 2002.

Philippe G. Ciarlet, Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation, Dunod, 5ème édition, 2007.

Patrick Lascaux, Raymond Théodor, Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, Tomes 1 et 2 Dunod 2004.

Validation :

Evaluation individuelle EVI coefficient 1

DS 2h

UE72AI ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Hugues DIGONNET

Objectif :

Dans le cadre des mécanismes de traitement de l'information, l'algorithmique constitue l'étape où se prennent les décisions déterminantes pour la performance et l'évolutivité des traitements : choix des structures de données, choix des opérations, et répartition des instructions entre les fonctions. Elle représente donc le point de départ de l'efficacité des traitements, tant en termes de capacité de stockage que de rapidité d'exécution. La programmation, quant à elle, est la mise en œuvre pratique des algorithmes à travers un langage de programmation. Cette mise en œuvre soulève des questions spécifiques, notamment en ce qui concerne la gestion de la mémoire sur la machine. L'utilisation du langage C++, couramment employé dans l'industrie et reconnu pour ses performances, offre à la plupart des étudiants un nouvel éclairage sur les exigences nécessaires à une programmation de qualité.

Contenu :

Points abordés durant ce cours :

Algorithmique :

- Analyse descendante et définition de fonctions
- Structures de données composées
- Conteneurs de données : linéaires et arborescents
- Récursivité
- Complexité

Programmation en C++ :

- Structuration du code (sous-programmes, fichiers en-tête, bibliothèques)
- Flux d'entrée/sortie (écran, clavier, mais aussi fichiers)
- Compilation et débogage
- Bibliothèques standard du C++ (STL)
- Gestion de la mémoire
- Notions d'encapsulation, de généricité et de surcharge de fonctions

Algorithmique : cours et exercices (Cormen, Leiserson, Rivest, Cazin, Kocher)

Introduction to Algorithms (Cormen, Leiserson, Rivest, Stein)

Algorithm Design (Kleinberg, Tardos)

The C++ Programming Language (Stroustrup)

C++ Primer (Lippman, Lajoie, Moo)

Effective Modern C++ (Meyers)

Validation :

DS 2h

UE81AI DONNEES NUMERIQUES ET HABITAT DURABLE

Dominique TARLET

Ouali AMIRI

Xavier PY

Objectif :

- Maîtriser les Éléments Finis pour la mécanique des structures
- Maîtriser les outils de simulation aux Volumes Finis (ANSYS Fluent), aux Éléments Finis (Comsol)
- Maîtriser les commandes de traitement de données, de calcul et de visualisation sous Python / Matlab
- Appliquer l'ensemble de ces outils aux problématiques de l'habitat durable

Contenu :

[DATA 12 h., Dominique Tarlet] Introduction aux outils de traitement de données Python / Matlab : Vecteurs / matrices, Calcul, indexation, optimisation, Tracé de graphes, modules ODE d'ordre 2.

[2 h., Xavier Py] Conférence introductive : Habitat durable, le chauffe-eau solaire doit-il être sur les toits ou sur la façade ?, l'inertie thermique et le rôle du déphasage jour/nuit dans les bâtiments anciens en pierre, toiture solaire « relative cooling » produisant du froid renouvelable, usage de matériaux à changement de phase (PCM) pour du free-cooling dans les planchers chauffants/refroidissants, Conception de « murs-trombes » (cf. Félix Trombe) avec des ouïes et l'usage du déphasage / inertie thermique.

[HAB 9 h., Dominique Tarlet] Travaux Pratiques Habitat durable Python / Matlab : Traitement de données (i) Chauffe-eau solaire, (ii) Données inertie thermique bâtiment pierre, (iii) Toiture « relative cooling », (iv) Calcul du Free-cooling avec matériau PCM.

[FLUENT + COMSOL 18 h., Dominique Tarlet, Xavier Py] Simulation numérique : (i) écoulements fluides et thermique, Volumes Finis + application ANSYS Fluent, (ii) Éléments finis, pont thermique + torsion mécanique, application COMSOL Multiphysics.

[STRUCT 12 h. Ouali Amiri] : Introduction aux éléments finis pour le calcul des structures.

Validation :

Compte-rendus écrits (fichiers informatiques transmis à l'enseignant) + devoir surveillé